Übungsaufgabe

Ein Land stellt zwei Güter X und Y her. Die Produktionsfunktionen lauten $x = 2L_x$ und $y = 20\sqrt{L_y}$. Dabei stehen x und y für die Gütermengen. L_x und L_y sind die Mengen des einzigen Produktionsfaktors L. Die Indizes zeigen an, in welcher Produktion der Faktor eingesetzt wird. Es stehen insgesamt 81 Einheiten des Produktionsfaktors zur Verfügung. Es gilt also $81 = L_x + L_y$, wenn der Faktor vollbeschäftigt ist.

a) Konstruieren Sie die Transformationskurve (= Produktionsmöglichkeitengrenze). Berechnen Sie mehrere Stützpunkte, um ein möglichst maßstabsgetreues Diagramm zu erzeugen. *Tipp*: Das geht auch ohne Taschenrechner, wenn Sie die Faktormengen, die in der Produktion des Gutes Y eingesetzt werden, geschickt wählen.

b) Wie hoch ist der Grenzertrag der 12. eingesetzten Faktoreinheit in der Produktion des Gutes X?

c) Wie hoch ist der Durchschnittsertrag von 25 in der Produktion des Gutes Y eingesetzten Faktoreinheiten?

d) Stellen Sie fest, ob das Land in der Lage ist, in der betrachteten Periode 40 Einheiten des Gutes X und 160 Einheiten des Gutes Y zu produzieren.

e) Wann liegt „technische Effizienz“ vor?

f) Erklären Sie, worüber die Steigung der Transformationskurve Auskunft gibt.

g) Gilt im betrachteten Fall das Gesetz von den steigenden Opportunitätskosten? Geben Sie eine kurze Begründung.

Themenbereich	Transformationskurve, Produktion
Schwierigkeit	mittel

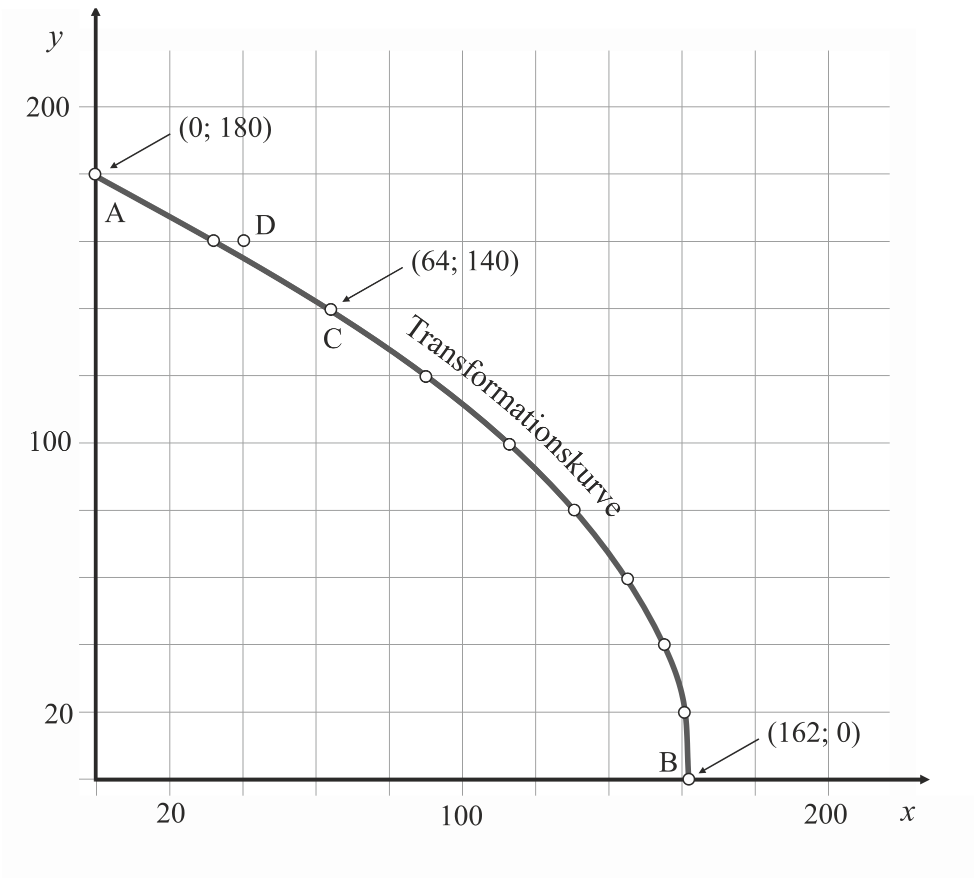
Die Lösung finden Sie auf der nächsten Seite.

Übungsaufgabe

Ein Land stellt zwei …

Lösung

a) Siehe Diagramm; Berechnungsbeispiel für Punkt C: Werden 49 Faktoreinheiten in der Produktion des Gutes Y eingesetzt, so lassen sich 140 Einheiten Y erzeugen: $y = 20\sqrt{L_y} = 20\sqrt{49} = 140$. Mit den verbleibenden 32 Faktoreinheiten können noch 64 Einheiten X erzeugt werden: $x = 2L_x = 2 \cdot 32 = 64$. Die Endpunkte A und B bestimmen Sie, indem Sie die 81 Faktoreinheiten entweder vollständig in der Produktion des Gutes X oder vollständig der Produktion des Gutes Y einsetzen.



b) Der Grenzertrag entspricht dem Anstieg der Produktionsfunktion $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}L_x} = 2$. Jede weitere Einheit des Faktors, die in der Produktion des Gutes X eingesetzt wird, lässt die Menge um 2 Einheiten steigen. Der Grenzertrag des Faktors in der Produktion des Gutes ist also konstant (unabhängig von der Faktoreinsatzmenge) 2.

c) Der Durchschnittsertrag beträgt $\frac{y}{L_y} = \frac{20\sqrt{L_y}}{L_y} = \frac{20\sqrt{25}}{25} = 4$. Auf 25 in der Produktion des Gutes Y eingesetzte Faktoreinheiten entfallen 4 Gütereinheiten.

d) Das Land ist in der betrachteten Periode nicht zur Produktion von $x = 40$ und $y = 160$ in der Lage. Das Diagramm ist hinreichend genau, um zu erkennen, dass der Punkt D, der diese Mengen repräsentiert, außerhalb der Produktionsmöglichkeitengrenze liegt.

Den notwendigen Faktoreinsatz, um die Produktion in D zu realisieren, können Sie auch berechnen: Mit der inversen Produktionsfunktion („Faktoreinsatzfunktion") $L_x = \frac{x}{2}$ stellen Sie fest, dass für die Produktion von 40 Einheiten des Gutes X 20 Faktoreinheiten erforderlich sind. Für die Produktion von 160 Einheiten Y sind $L_y = \frac{y^2}{400} = \frac{160^2}{400} = 64$ Faktoreinheiten notwendig. Insgesamt stehen jedoch nur 81 ($< 20 + 64$) Faktoreinheiten zur Verfügung.

e) Technische Effizienz liegt vor, wenn sich die Produktion eines Gutes nicht steigern lässt, ohne dass zugleich die Produktion eines anderen Gutes eingeschränkt werden muss. Das gilt für Punkte auf der Transformationskurve. Sie sind technisch effizient. (Welche Produktion „ökonomisch effizient" ist, lässt sich nur sagen, wenn bekannt ist, wie die Wirtschaftssubjekte die beiden Güter X und Y bewerten: Die Preise der Güter müssen bekannt sein.)

f) Die Steigung der Transformationskurve (auch „Grenzrate der Transformation") zeigt die Opportunitätskosten (wie viele Einheiten des einen Gutes müssen für eine zusätzliche Einheit des anderen Gutes aufgeben werden. Die Steigung $\frac{dy}{dx}$ liefert die Information, wie viele Einheiten des Gutes Y für eine weitere Einheit des Gutes X verloren gehen.).

g) Das Gesetz von den steigenden Opportunitätskosten gilt, was an der konkaven Gestalt der Transformationskurve zu erkennen ist. Ursächlich für die konkave Gestalt sind im vorliegenden Zahlenbeispiel die abnehmenden Ertragszuwächse in der Y-Produktion. (Bei konstanten Opportunitätskosten verliefe die Transformationskurve linear, bei sinkenden Opportunitätskosten verliefe sie konvex.)

Es wird – gemessen in Einheiten des Gutes Y, auf die das Land bei effizienter Produktion verzichten muss – immer teurer, eine weitere Einheit des Gutes X herzustellen, wenn die X-Produktion ausgedehnt wird.